

9A. ESTUDIO DE LA NORMALIDAD.

Numerosas pruebas estadísticas exigen que las variables cuantitativas se distribuyan según una ley normal. El estudio de la normalidad por sí solo puede ser el objetivo de un estudio. Hay diferentes métodos para comprobar este supuesto. De menor a mayor valor global son:

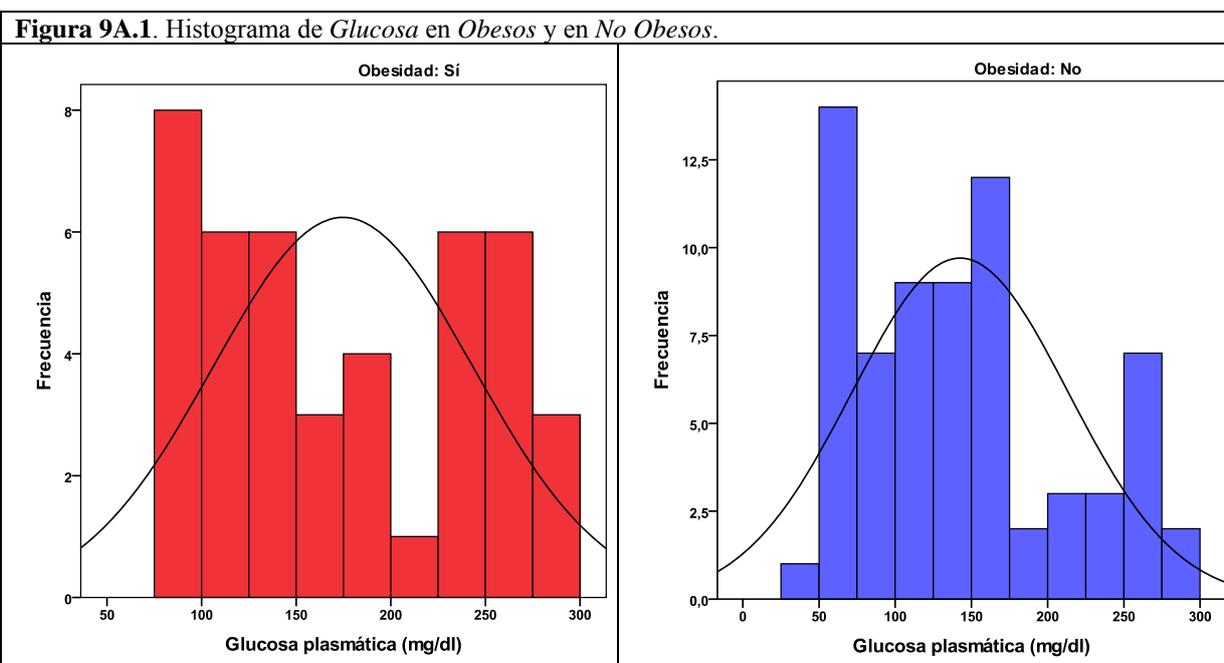
- **Tamaño de muestra.** En general se dice que muestras mayores de 30 son grandes y por lo tanto automáticamente normales. Esto no es cierto, depende de su asimetría y de la presencia de valores anómalos. El tamaño de muestra es de utilidad para elegir la prueba estadística de normalidad y para interpretar su resultado. En muestras muy pequeñas las pruebas estadísticas de normalidad son poco potentes para descartar la normalidad, y aunque sean no significativas, no se debería asumir la normalidad y directamente se pasaría a la estadística no paramétrica. En la Tabla 9A.1 se muestra el tamaño de muestra de *Glucosa* en obesos y no obesos.

| Grupo | Tamaño de muestra |
|----------------------|-------------------|
| Glucosa en Obesos | 43 |
| Glucosa en No Obesos | 69 |

- **Índices de asimetría y apuntamiento.** Las distribuciones que siguen una ley normal tienen coeficientes de Asimetría (AS) y de Apuntamiento (AP) nulos. El supuesto de normalidad se rechaza cuando el valor absoluto de alguno de estos coeficientes es mayor o igual a dos veces su error estándar: $|AS| \geq 2 \times EE_{AS}$ y/o $|AP| \geq 2 \times EE_{AP}$. Es un método muy poco potente. Se utilizaba antes de aparecer las pruebas de normalidad. En la Tabla 9A.2 se muestran los índices de asimetría y apuntamiento con sus EE de *Glucosa* en obesos y no obesos. El valor absoluto de los cuatro índices es menor que el doble de su EE, aunque algunos (AP en obesos y AS en no obesos) están en el límite. Por tanto, por este criterio, no se puede rechazar que la *Glucosa* en obesos y en no obesos sigan la normalidad.

| Grupo | Estadístico | Error Estándar |
|---------------------------|-------------|----------------|
| Asimetría en Obesos | 0,222 | 0,361 |
| Apuntamiento en Obesos | -1,410 | 0,709 |
| Asimetría en No Obesos | 0,545 | 0,289 |
| Apuntamiento en No Obesos | -0,754 | 0,570 |

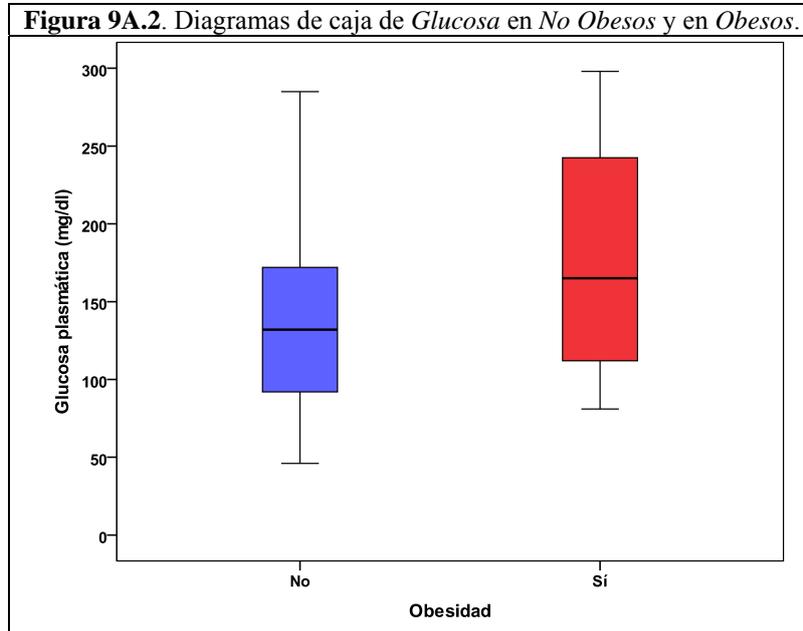
- **Valoración de gráficos.** La valoración de la normalidad por métodos gráficos es un método subjetivo. Son útiles en casos muy extremos para descartar la normalidad. Se pueden emplear:



- **Histograma.** Son visualmente los más intuitivos, pero pueden cambiar totalmente su apariencia al modificar el número de clases. Lo más adecuado es hacerlo con un número de clases que sea \sqrt{n} . En la Figura 9A.1 se

muestran los histogramas de *Glucosa* en obesos y no obesos. Se puede ver que ambas distribuciones son asimétricas y que no se ajustan a la normalidad, pero más la de obesos.

- **Diagramas de caja.** Permiten ver si existen valores alejados y además valorar la asimetría y su sentido tanto de la parte central de los valores (la caja) como de la parte externa de los valores (las patillas). En la Figura 9A.2 se muestra el diagrama de caja de *Glucosa* en obesos y en no obesos. Se puede ver que ambas distribuciones son asimétricas, pero más la de obesos.



- **Gráficos de normalidad** (Normal y Normal sin tendencias). Son los más adecuados, aunque los más complejos de entender.

Gráfico Normal (*Normal Plot*).

Se representa cada valor observado con el esperado en caso de seguir una ley normal. Cuando la variable sigue una ley normal perfecta la nube de puntos se sitúa sobre la línea inclinada dibujada en el gráfico. En la Figura 9A.3 se muestran los de la *Glucosa* tanto para obesos como para no obesos. En ellos la nube de puntos se ajusta más o menos bien a la línea inclinada, parece que más en los obesos que en los no obesos, lo cual es indicativo de normalidad.

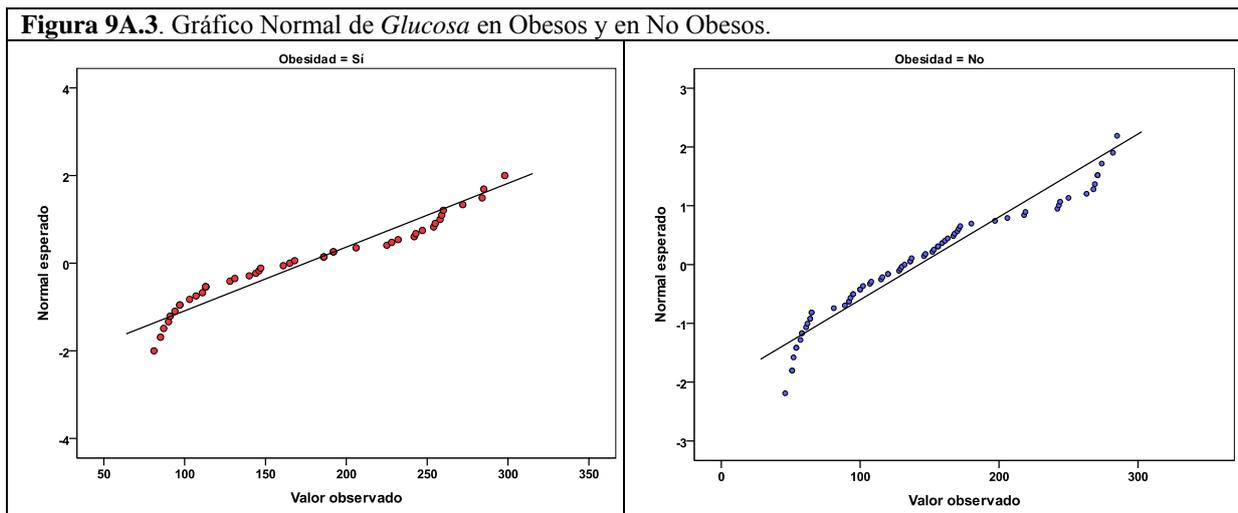
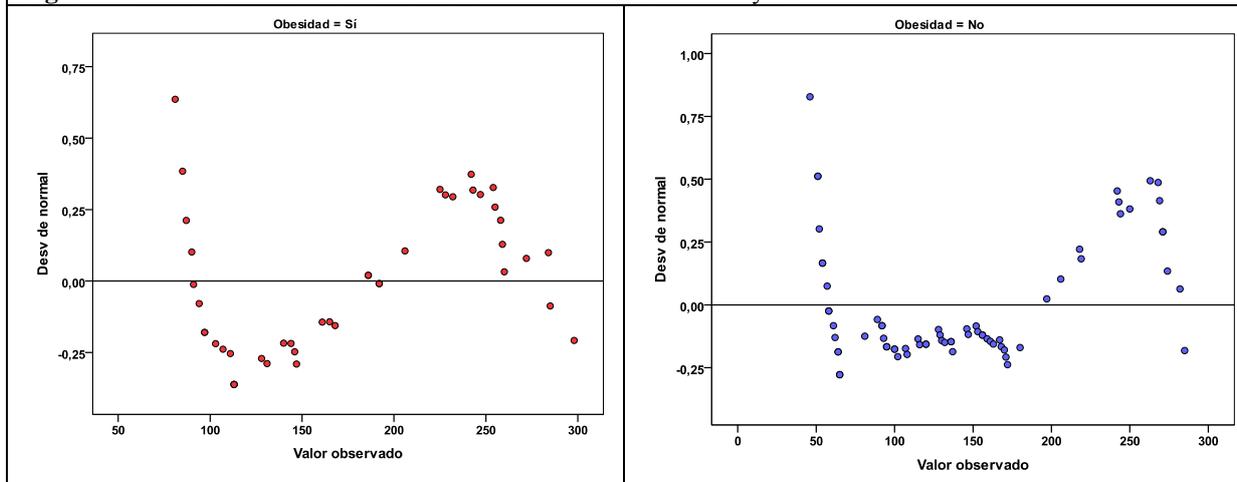


Gráfico Normal sin tendencias (*Detrended Normal Plot*).

Se representan cada valor observado con la desviación de cada valor respecto al valor esperado en caso de seguir una normal perfecta. En este caso la línea horizontal indica la normalidad. Además permite diferenciar los casos con anomalías en la asimetría como en el apuntamiento. Por ejemplo el gráfico normal sin tendencias de la *Glucosa* de los no obesos de la Figura 9A.4 presenta desviación negativa de los valores

centrales y desviación positiva en los valores de ambos extremos. Esto es propio de las distribuciones platicúricas.

Figura 9A.4. Gráfico Normal sin tendencias de *Glucosa* en Obesos y en No Obesos.



▪ **Pruebas estadísticas de Normalidad.**

Son pruebas de bondad de ajuste, que comparan la distribución de los datos con una distribución normal teórica. Las más utilizadas son:

– **Prueba de Kolmogorov-Smirnov con la corrección de significación de Lilliefors.**

Consiste en aplicar la prueba de Kolmogorov-Smirnov (“sin la corrección de Lilliefors) pero con la media y desviación estándar estimada con la misma muestra, lo que la hace más potente. Es más adecuada para muestras grandes, en general mayor de 30.

– **Prueba de Shapiro-Wilks.**

Se utiliza para muestras pequeñas, estando el límite de tamaño de muestra entre 30-50 casos, habitualmente menor o igual que 30 casos.

Se puede emplear una prueba de normalidad en uno de los grupos y la otra prueba de normalidad en el otro grupo dependiendo del tamaño de muestra de cada uno de ellos.

Si la prueba resulta significativa ($p \leq 0,05$) la distribución de los datos difieren significativamente de la distribución normal teórica y no se puede asumir la normalidad. Si la prueba es no significativa ($p > 0,05$) la distribución de los datos no difieren significativamente de la distribución normal teórica, no pudiéndose rechazar el supuesto de normalidad por lo que se puede aceptar la condición de normalidad, lo cual no equivale a demostrar que la muestra proceda de una población normal. Esto es lo que interesa al investigador, p no significativas, lo contrario de lo que se busca con las pruebas estadísticas de homogeneidad habituales.

Las pruebas de normalidad son muy sensibles al tamaño de la muestra. Para muestras muy grandes, cualquier pequeña desviación de normalidad nos dará unos resultados significativos ($p \leq 0,05$) rechazando la normalidad. Por el contrario, cuando las muestras sean muy pequeñas, grandes desviaciones de la normalidad son serán estadísticamente significativas por lo que casi nunca podremos rechazar la normalidad. En general para tamaño de muestras de 10-11 casos se pasa directamente a la estadística no paramétrica independientemente de cómo sean las pruebas de normalidad. Por tanto, el tamaño de muestra es de utilidad para interpretar el resultado de las pruebas estadísticas.

Videotutorial 9A1Normalidad.avi

Se muestra como se evalúa la normalidad de *Glucosa* en obesos y en no obesos con el cuadro *Explorar*. Ofrece el tamaño de muestra, los índices de asimetría y apuntamiento con sus errores estándar, el histograma, el diagrama de caja y los gráficos de normalidad Q-Q Normal y Q-Q Normal sin tendencias y las pruebas de normalidad de Kolmogorov-Smirnov con la corrección de Lilliefors y de Shapiro-Wilks. Es el procedimiento más objetivo y potente para evaluar la normalidad.

En la Tabla 9A.3 se muestran las pruebas de normalidad de *Glucosa* en obesos y no obesos. En ambos casos se emplea la prueba de Kolmogorov-Smirnov con la corrección de Lilliefors por ser ambas muestras mayores de 30. En el caso de la *Glucosa* de los no obesos la máxima diferencia entre las frecuencias acumulativas observadas y esperadas bajo la hipótesis de normalidad es 0,093 que según la tabla de Lilliefors corresponde a una significación de 0,200. En la *Glucosa* de los obesos sale significativa (0,031). Se debe concluir que no se

cumple la normalidad ya que la prueba de Kolmogorov-Smirnov con la corrección de Lilliefors es significativa para el subgrupo de obesos.

Tabla 9A.3. Pruebas de Normalidad de *Glucosa* en cada grupo de *Obesidad*.

| Prueba | Estadístico | gl | p |
|---|-------------|-----------|--------------|
| Kolmogorov-Smirnov con la corrección de Lilliefors en Obesos | 0,141 | 43 | 0,031 |
| Shapiro-Wilks en Obesos | 0,915 | 43 | 0,004 |
| Kolmogorov-Smirnov con la corrección de Lilliefors en No Obesos | 0,093 | 69 | 0,200 |
| Shapiro-Wilks en No Obesos | 0,924 | 69 | <0,001 |